ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. május 5. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A megoldások sorrendje tetszőleges.

3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!

5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!

7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Egy mértani sorozat első tagja 8, hányadosa 2.
Adja meg a sorozat első 10 tagjának összegét!

Az első 10 tag összege:	2 pont	

2. Egy áprilisi héten a legmagasabb napi hőmérsékletértékek a következőképpen alakultak:

	Hétfő	**Kedd**	**Szerda**	**Csütörtök**	**Péntek**	**Szombat**	**Vasárnap**
Hőmérséklet (°C)	20	21	21	17	17	18	21

Adja meg ezen értékek mediánját!

A medián:	2 pont	

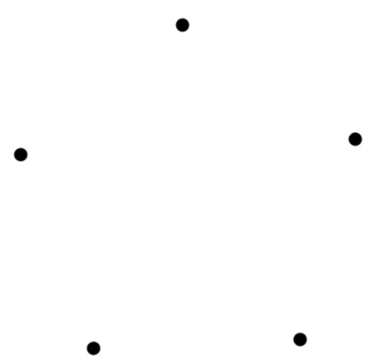
3. Adottak az A és a B halmazok, amelyekről a következőket tudjuk: az A halmaznak 6 eleme, az $A \cup B$ halmaznak 7 eleme, az $A \cap B$ halmaznak 2 eleme van.
Hány eleme van a B halmaznak? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A B halmaznak eleme van.	1 pont	

4. Egy vitorlásversenyen 8 hajó indul.
Számítsa ki, hányféle sorrendben érhetnek be a célba, ha minden hajó célba ér, és nem lehet holtverseny!

A lehetséges sorrendek száma:	2 pont	

5. Az alábbi ábra kiegészítésével rajzoljon egy olyan 5 pontú gráfot, amelynek 7 éle van, és minden pont fokszáma legfeljebb 3.



2 pont	

6. Adott tíz egész szám: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Közülük az egyiket véletlenszerűen kiválasztjuk.
Mekkora annak a valószínűsége, hogy négyzetszámot választunk?

A kérdéses valószínűség:	2 pont	

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

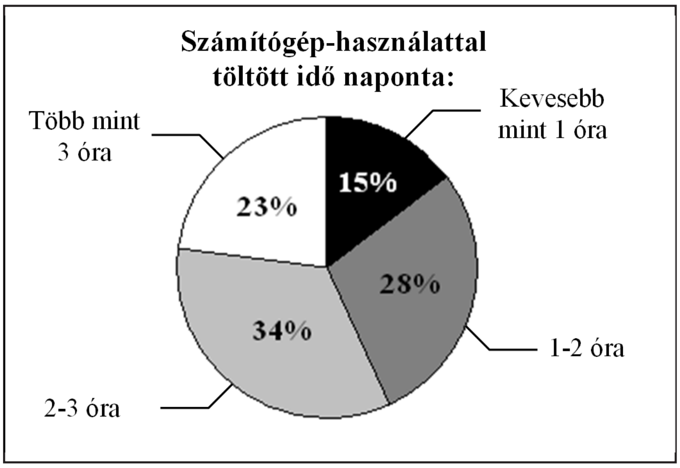
A) Ha egymás után 100-szor feldobunk egy tízforintost, akkor pontosan 50-szer kapunk írást, 50 esetben pedig fejet.

B) Az ötöslottón az 1, 2, 3, 4, 5 számok kihúzásának a valószínűsége ugyanannyi, mint a 9, 23, 46, 75, 86 számok kihúzásának a valószínűsége.

C) Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Ekkor $\frac{1}{36}$ annak a valószínűsége, hogy mindkettővel hatost dobunk.

A: B: C:	2 pont	

8. Egy felmérés során 1200 embert kérdeztek meg arról, hogy naponta hány órát tölt számítógép-használattal. Az eredményeket (százalékos megoszlásban) a mellékelt kördiagram szemlélteti.
Számítsa ki, hogy a felmérésben résztvevők közül hány ember tölt naponta legfeljebb 3 órát a gép előtt! Válaszát indokolja!



	2 pont	
Naponta legfeljebb 3 órát tölt a gép előtt fő.	1 pont	

9. Adja meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $2x - 5y = 10$ egyenletű egyenessel, és átmegy a $P(4; 1)$ ponton!

Az egyenes egyenlete:	2 pont	

10. Egy számtani sorozat negyedik tagja 72, hatodik tagja 64.
Határozza meg a sorozat első tagját! Válaszát indokolja!

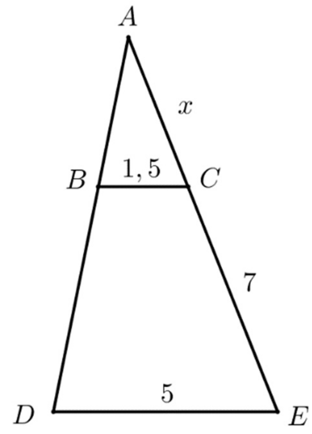
	3 pont	
A sorozat első tagja:	1 pont	

11. Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; \pi]$ intervallumon!

$$\operatorname{tg} x = -1$$

$x =$	2 pont	

12. Az alábbi ábrán *BC* párhuzamos *DE*-vel. Ismerjük a következő szakaszok hosszát: *BC* = 1,5; *DE* = 5; *CE* = 7.
Számítsa ki az *AC* szakasz hosszát! Válaszát indokolja!



	3 pont	
Az *AC* szakasz hossza:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	3	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	4	
	11. feladat	2	
	12. feladat	4	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum

javító tanár

---

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:
1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. május 5. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**

8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*

9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

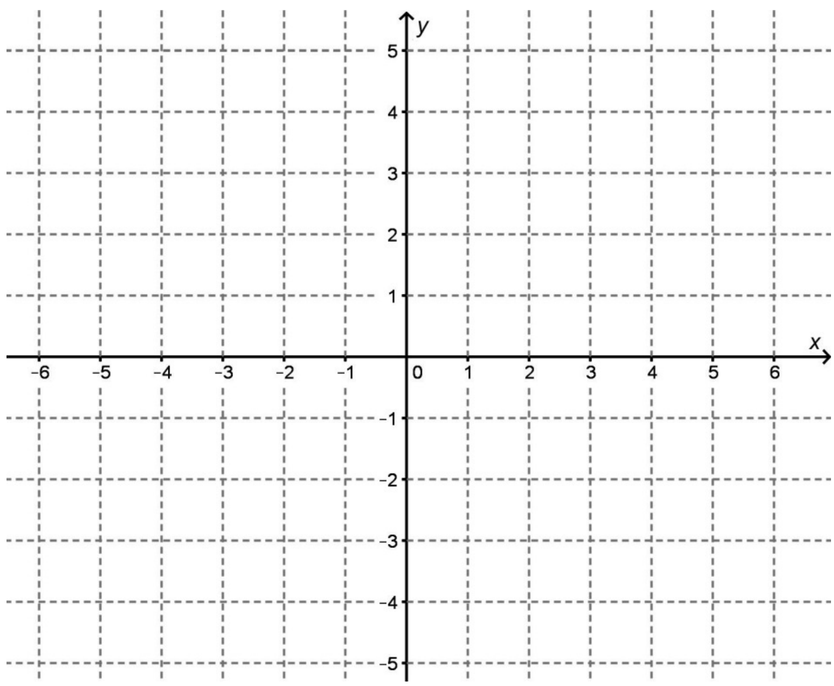
A

13. Adott a következő függvény: $f\colon [-2;4] \to \mathbf{R},\ x \mapsto |x-2|-1$.

a) Adja meg, hogy milyen értéket rendel az *f* függvény a (–1)-hez!

b) Ábrázolja az *f* függvényt, és jellemezze a következő szempontok szerint: monotonitás, szélsőérték(ek), zérushely(ek), értékkészlet.

a)	2 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	12 pont	



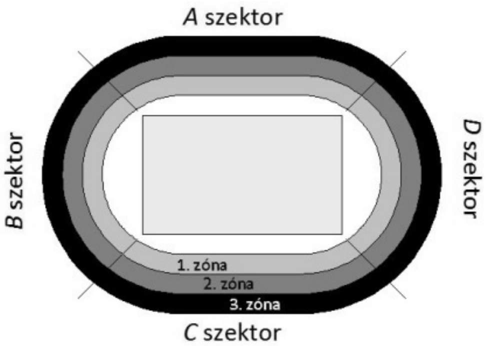
14. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{1}{2}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{2x+1}{2\cdot(x+2)}$

b) $\log_3(x^2-1)+\log_3 81=5$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

15. Egy sportcsarnok nézőtere négy szektorra oszlik: *A*, *B*, *C* és *D*. Mind a négy szektort további három zónára osztották: az 1. zónához a pályához legközelebb eső üléssorok tartoznak, a 2.-hoz a nézőtér középső sorai, míg a 3. zónához a legfelső üléssorok.



Az alábbi – hiányosan kitöltött – táblázat az egyes szektorok különböző zónáiba eladott jegyek számát mutatja az egyik mérkőzésen.

	A szektor	*B* szektor	*C* szektor	*D* szektor
1. zóna	69	96	85	
2. zóna	116	99		
3. zóna	102	113		

Tudjuk, hogy az 1. zónában szektoronként átlagosan 82 jegyet vásároltak.

a) Hány jegyet váltottak a *D* szektor 1. zónájába?

A mérkőzésre összesen 1102 jegyet adtak el.

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott néző jegye a *C* vagy a *D* szektor valamelyikébe szól?

A *C* szektor három zónájába összesen 295 jegyet adtak el, összesen 752 200 forintért. Egy jegy ára a *C* szektor 1. zónájában 3200 Ft, a 2.-ban 2900 Ft, a 3.-ban pedig 1500 Ft.

c) Hány jegyet adtak el a *C* szektor 2., illetve 3. zónájába?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

B

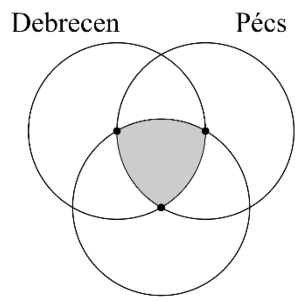
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy 30 fős gimnáziumi osztály osztálykirándulást szervez. A kirándulás lehetséges helyszínei: Sopron, Debrecen és Pécs. Az osztály tanulói szavazást tartanak arról, hogy ki melyik helyszínre menne szívesen. Több helyszínre is lehet szavazni, de legalább egyet mindenkinek választania kell. A szavazás eredménye:

Sopronba 18-an mennének, közülük 8-an a pécsi helyszínbe is belegyeznének.
Debrecent 20-an látogatnák meg, közülük 12 fő Sopronba is elmenne.
Debrecenbe és Pécsre is ellátogatna 11 fő.
5-en mindhárom helyre szívesen utaznának.

a) Összesen hányan vannak az osztályban azok, akik szívesen kirándulnának Pécsre?

János a szavazás eredményéről egy ábrát készített. Az ábrán mindhárom kör sugara 3 cm, és mindegyik kör áthalad a másik két kör középpontján.



b) Számítsa ki a három körlemez közös részének területét!

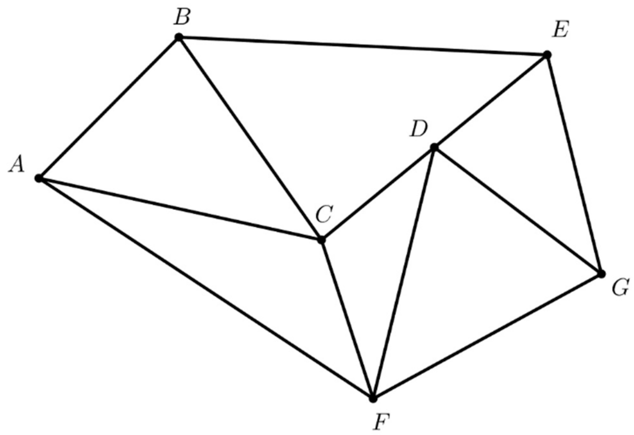
Tudjuk, hogy az osztály 30 tanulójából 20 jelölte meg Debrecent lehetséges úti célként. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztunk hármat.

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy közülük éppen ketten mennének Debrecenbe, a harmadik kiválasztott tanuló viszont nem?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az a), b) és c) feladatokat az alábbi ábra alapján oldja meg!



Az ABC háromszögben $AB = 37$, $BC = 41$ egység hosszú, a BAC szög nagysága 60°.

a) Számítsa ki az ABC háromszög kerületét egész számra kerekítve!

Tudjuk, hogy a D pont éppen a CE szakasz felezőpontja.

b) Fejezze ki a $\overrightarrow{BE}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AC}$ és a $\overrightarrow{CD}$ vektorok segítségével!

Az A pontból a G-be kell eljutnunk úgy, hogy az egyes pontok között csak a berajzolt szakaszokon mozoghatunk, és mindig csak olyan pontra léphetünk tovább, amelynek betűjele a magyar ábécében az elhagyni készült pont betűjele után helyezkedik el. (Tehát például C-ről D-re vagy F-re léphetünk, de A-ra vagy B-re nem.)

c) Hányféle különböző útvonalon juthatunk el ilyen módon A-ból G-be?

a)	7 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy teáskanna jó közelítéssel csonkakúp alakú. A teáskanna alapkörének átmérője 18 cm, fedőkörének átmérője 8 cm. A kanna oldalán az aljától a tetejéig mért távolság (a csonkakúp alkotója) 14 cm.
A kannában magasságának feléig áll a tea.

a) Számítsa ki, hogy hány deciliter tea van a kannában!

Ismert tény, hogy magára hagyva a forró tea előbb-utóbb a környező levegő hőmérsékletére hűl le. Ez a hőmérsékletcsökkenés exponenciális jellegű.
Egy kísérlet során egy kanna forró teát egy 23°C-os helyiségben magára hagytak, majd időről időre megmérték a hőmérsékletét. Az eredményeket számítógépbe táplálva a tea T hőmérsékletére (°C-ban) a következő összefüggést kapták:

$T_{\text{tea}}(t) = 23 + 56 \cdot 0{,}96^t$, ahol t a mérés kezdete óta eltelt idő percben.

b) A megállapított összefüggés szerint hány °C lesz a tea hőmérséklete negyedóra elteltével?

c) Számítsa ki, hogy a fenti összefüggés szerint hány perc alatt csökken a tea hőmérséklete 37°C-ra!

a)	9 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	11		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum

javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző